



ניתוח וניהול סיכונים של מדדי אג"ח באמצעות מודל מבני

שרון פלג-לזר
בית הספר למנהל עסקים
אוניברסיטת בר אילן
Pelegls@biu.ac.il

אלון רביב
בית הספר למנהל עסקים
אוניברסיטת בר אילן
Alon.Raviv@biu.ac.il

גיל קריסה
בית הספר למנהל עסקים
אוניברסיטת בר אילן
Gil.krysa@biu.ac.il

תקציר

עם המעבר הגדל מניהול השקעות אקטיבי בשוק האג"ח לניהול פאסיבי, המבוסס על השקעה במדדי אג"ח ניכר צורך בפיתוח כלים לניהול סיכונים ותמחור. עבודה זאת מצטיגה שיטה לעקיבה אחר מדדי אג"ח על ידי יצירת אגרת חוב סינטטית של חברה המשקיעה במדד מניות ועם מח"מ ומינוף הדומים לחברות המרכיבות את מדד האג"ח. תוך שימוש בתשואות השבועיות של מדד התלבונד השקלי AAA-AA בין 2019 ו-2021 ושימוש במודל הזכויות המותנות, שפותח על ידי Merton (1974), אנו מדגימים כי תשואת האג"ח הסינטטית לפי המודל מסבירה היטב את שינוי מחירי המדד. יכולת החסבר זאת גבוהה ממה שנמדד בעבר על ידי יישומים אמפיריים של השיטה על איגרות חוב בודדות ועולה בזמן משבר הקורונה של 2020.

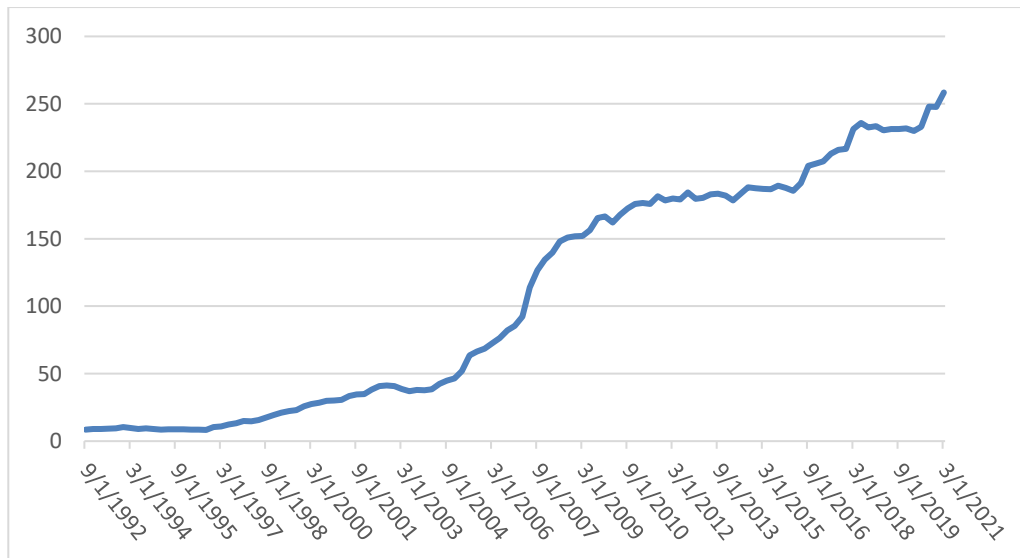
מילות מפתח: אג"ח חברות, מדד אג"ח, אינדקס אג"ח, מודל Merton

הקדמה

במדינות מפותחות עלה בממוצע מאז המשבר הפיננסי של 2008-2009 משיעור של 3.9% מהתוצר לשיעור של 6.8% מהתוצר בשנת 2020. בשנת 1990 הסכום המונפק היה \$0.5 טריליון דולר ובשנת 2020 הסכום עלה ל \$7.7 טריליון דולר.

בעוד שחלק מהמשקיעים בוחרים להשקיע באג"ח קונצרניות בצורה אקטיבית, כלומר לרכוש את אגרות החוב שלדעתם מתומחרות תמחור חסר (underpriced) ולמכור את המתומחרות ביתר (overpriced), הרי יותר ויותר משקיעים בשוק האג"ח בשנים האחרונות, בייחוד משקיעים מוסדיים, מעדיפים להשקיע במדדי אג"ח באופן

יתרת החוב של המגזר העסקי בישראל בשלושים השנים האחרונות הכפילה את עצמה פי יותר מ-30, לפי נתוני בנק ישראל, כמתואר בתרשים 1. בשני העשורים האחרונים, החברות הבורסאיות בחרו להגדיל את המינוף שלהן בעיקר באמצעות הנפקת אגרות חוב ציבוריות (אזולאי ושהרבני, 2010) כאשר קצב הנפקות החוב הציבורי בארבע השנים האחרונות עמד על למעלה משלושה מיליארד שקלים בחודש (בנק ישראל, 2020). מגמת הגידול בחוב הקונצרני בעשור האחרון עולה בקנה אחד עם הנעשה בשווקי העולם. לפי Aldasoro et al. (2021): כמות החוב המונפק של חברות שאינן פיננסיות



תרשים 1. יתרת החוב של המגזר העסקי לכל המלווים במיליוני ש"ח¹.

המותנות (Contingent Claim Analysis), מודל המאפשר לחקור את מרווחי התשואה ומחיר האג"ח הנגזר מהם כמו גם את מבנה ההון של החברה (Sundaresan, 2013).

אנו מדגימים כי תשואתה השבועית של האג"ח הסינטטית לפי המודל מסבירה כ-77% מהשתנות התשואות השבועיות של מדד התלבונו והקורלציה בין שינוי תשואות האג"ח הסינטטית והתשואות השבועיות של מדד התלבונו בתקופה שבין יולי 2019 לבין יולי 2021 קרובה ל-88%. יכולת הסבר זאת של המודל גבוהה משמעותית מהרמות שנמדדו בעבודות אמפיריות שהתמקדו ביכולת של המודל להסביר את התשואות של אגרות חוב בודדות ולא של אינדקס מניות (רמות הסבר של בין 0.4 ל 0.6).

תרומת העבודה אינה רק דסקריפטיבית, אלא היא גם מציעה כלי שבאמצעותו משקיעים במדד אג"ח התלבונו יוכלו לבצע מבחני קיצון (Stress tests) וערך בסיכון (Value at Risk) לערך השקעתם כתלות בערך מדד המניות, תנודתיותו ושיעור הריבית חסרת-הסיכון. בנוסף, נותני האשראי, מחזיקי האג"ח כמו גם רגולטורים ומעצבי מדיניות יכולים לעשות שימוש במודל לצורך תמחור מרווחי

פאסיבי (Anadu et al., 2020). בבורסה בתל אביב, נסחר מדד תלבונו שקלי AA-AAA. מדד זה מאפשר השקעה פאסיבית באגרות חוב בעלות נזילות גבוהה יחסית. המדד מורכב מאגרות החוב הקונצרניות הסחירות הישראליות, אשר דורגו במינימום דירוג 'מדרוג' של (Aa3) או שדורגו במינימום דירוג 'מעלות' של (AA-). המח"מ של מדד זה נכון לחודש יולי 2021 היה 3.69 שנים (ראה נספח א'). למרות הגידול בהשקעות במדדי אג"ח, המודלים המשמשים להערכת השפעת משתנים מקרו כלכליים על ערך האינדקס וסיכון האשראי מבוססים בעיקר על מודלים הדורשים ניתוח סיכון חדלות פירעון של כל חברה וחברה המשתייכת לאינדקס האג"ח. משימה זאת מורכבת בשל המספר הרב של ניירות הערך, הקושי להעריך בזמן אמת את ערך הנכסים של כל החברות במדד ואת תנודותיהם.

לכן, בעבודה זאת אנו מציעים פתרון לסוגיה זאת על ידי יצירת אג"ח סינטטי של חברה המשקיעה את כל נכסיה במדד המניות תל אביב 35 עם מינוף ומח"מ הדומים לממוצע של אגרות החוב הנכללות במדד התלבונו. אנו מתמחרים אגרת חוב זאת באמצעות מודל Merton (1974), הנקרא גם מודל הזכויות

¹ מתוך אתר האינטרנט של בנק ישראל <https://www.boi.org.il/he/DataAndStatistics/Pages/Seriesbysubject.aspx?Level=3&Id=74>

Scholes (1973) ו-Merton (1973, 1974), הידועה להלן כ-MBS או מודל Merton. גישה זו נהוגה במחקר ובפרקטיקה לניתוח ערכן של תביעות אלו, ומאפשרת לאמוד את שוויין ולהעריך את הסיכון הגלום בהן. גישת ה-CCA משמשת לעיתים קרובות בספרות המחקרית בתחום מימון החברות לניתוח שווי של סוגי חוב שונים, דירוגי אשראי ומרווחי תשואה, אומדן הסיכוי לחדלות פירעון ואפילו לחלוקת דיבידנדים, תכנון תוכניות פיצוי לעובדים באמצעות אופציות ולניתוח אירועי מיזוגים ורכישות (Crouhy, Galai & Wiener, 2019).

בהמשך ל-Modigliani & Miller (1958), על פי ה-CCA תחת הנחת שוק משוכלל, שווי נכסיה של החברה מתחלק באופן מלא בין מחזיקי העניין, ללא קשר או תלות במבנה ההון שלה, כאשר בעלי המניות זכאים לערך השיורי של הנכסים כל עוד הוא לא-שלילי. לפיכך, בהתאם לגישה המבנית של ה-CCA, במקרה הפשוט בו חוב החברה נפרע בתאריך עתידי אחד בודד, בעלי המניות מחזיקים פוזיציה לונג (long) באופציה call אירופאית, כלומר אופציה שניתנת למימוש רק בתום התקופה, על נכסי החברה, עם מחיר מימוש השווה לסך הערך הנקוב של חוב החברה. לעומתם, בעלי החוב והנושים מחזיקים בפוזיציה שניתנת לחיקוי על ידי חוב חסר סיכון ופוזיציה שורט (short) באופציה put על נכסי החברה עם מחיר מימוש השווה לערך הקרן של החוב. למעשה, ערך אופציה ה-put מהווה קירוב לסיכון האשראי של החוב.

על מנת להדגים את יישום מודל הזכויות המותנות באופן מפורש, ניקח לדוגמה חברה שהערך שלה בזמן t הוא V_t , הכפוף לתנועה בראונית גיאומטרית (geometric Brownian motion) כתלות בזמן, ובעל ערך התחלתי V_0 הגדול מאפס. ערך איגרת החוב שהנפיקה החברה בזמן t מוגדר D_t . אנו מניחים כי האיגרת חסרת-קופון עם ערך נקוב של F ופדיון בזמן T . במודל פשוט זה, מניחים כי החברה יכולה להגיע לחדלות פירעון רק בזמן הפדיון של החוב, T , וזאת במקרה ששווי נכסי החברה נמוך מהערך הנקוב של חוב החברה. במקרה כזה, הנושים משתלטים על כלל נכסי החברה V_T , ותחת ההנחה התיאורטית שהם אינם סופגים עלויות פשיטת רגל

האשראי המבוקשים תחת תנאי שוק משתנים ולצורך תמחור קובננטים.

בהמשך המאמר, נסביר תחילה את מודל הזכויות המותנות של Merton (1974), המבוסס על שיטת תמחור האופציות שפיתחו Black and Scholes (1973) ומניח כי התחייבויות החברה הן נגזרים על נכסי החברה. לפי הגישה ניתן לתמחר את מניית החברה כאופציה Call על ערך נכסי החברה מכיוון שבעלי מניות מקבלים את הערך השיורי לאחר תשלום לכל בעלי החוב האחרים וההפסד שלהם מוגבל לערך נכסי החברה. חוב בכיר שהנפיקה חברה שווה, לפי גישה זאת, לערך אג"ח חסר סיכון פחות ערכה של אופציה Put על ערך נכסי החברה המנפיקה עם מחיר מימוש השווה לסכום הנקוב של החוב הבכיר. נדגים את חישוב מרווח האשראי של אג"ח חברות לפי המודל תוך הסתמכות על מינוף האג"ח, תנודתיות האג"ח, הריבית חסרת הסיכון והזמן לפדיון של האיגרת.

בחלקה הבא של העבודה נבחן את יכולת ההסבר של המודל תוך בחינת התשואות השבועיות של מדד התלבונו הנומינלי AAA-AA. נציג תחילה את הנתונים הדרושים לתמחור איגרת החוב הסינטיטית לפי המודל. אחר כך נעבור להצגת שיטה לחישוב תנודתיות מדד תל אביב 35 המתבססת על סינגל משולב – חלק מערך האינדקס מתבסס על התנודתיות ההיסטורית וחלקו על התנודתיות הגלומה באופציות קצרות טווח הנסחרות בבורסה על מדד זה. בשלב הבא נציג את תוצאות המודל ונשווה את השתנות מחיר האג"ח הסינטיטית לאורך זמן מול תשואת מדד התלבונו. אחר כך נציג את מגבלות המודל ושיטות אפשריות להרחבתו. לבסוף, נסכם את העבודה.

2. שיטת הזכויות המותנות לתמחור אג"ח קונצרניות – הנחות והדגמה

מחזיקי עניין בחברה מצפים לתזרימים בלתי ודאיים בעתיד, התלויים בביצועים העסקיים של החברה ופעולותיה, ובכך למעשה הם בעלי תביעות משתנות (contingent claims) ביחס לנכסיה העתידיים. (CCA) Contingent Claim Analysis היא גישה כללית אשר פותחה על ידי Black &

תשואת האיגרת המסוכנת כשווה לסכום הריבית חסרת סיכון ולמרווח האשראי:

$$D_t = Fe^{-(r+cs)(T-t)}$$

נוסחה 4. שווי החוב כפונקציה של הריבית חסרת הסיכון ומרווח האשראי.

אם נתייחס לשיעור המינוף של החברה (leverage ratio) LR כ:

$$LR = \frac{Fe^{-r(T-t)}}{V_t}$$

נוסחה 5. שיעור המינוף של החברה.

אזי נוכל להביע את מרווח האשראי cs כפונקציה של שיעור המינוף, של תנודתיות נכסי החברה, σ ושל הזמן לפדיון של החוב T:

$$cs = -\frac{1}{(T-t)} \ln \left[N(-d_2) + \frac{1}{LR} * N(-d_1) \right]$$

נוסחה 6. מרווח האשראי של החברה.

נוסחה 6 מאפשרת לקשר בין מחיר סיכון האשראי הכולל של החברה, כלומר מרווח האשראי (credit spread) למבנה ההון של החברה. יש לשים לב, כי מכיוון שמודל זה מתעלם מסיכון נזילות (liquidity risk) כל מרווח הסיכון מעל הריבית חסרת הסיכון לתקופה (yield spread) מיוחס למרווח האשראי.

אנו ניישם את המודל על חברת השקעות היפותטית שתוקם לצורך עקיבה אחר שינויי המחיר של מדד האג"ח הקונצרני. נניח כי החברה משקיעה את כל כספה, 100 מיליון דולר, במדד המניות האמריקאי (S&P500 index), ומממנת פעילות זאת על ידי הון עצמי (מניות), והנפקת חוב עם זמן לפדיון של עשר שנים עם ערך נקוב של 60 מיליון דולר וללא קופון. לכן, שווי השוק של החברה המנפיקה הוא 100 מיליון דולר ואנו מעריכים כי התנודתיות במונחים שנתיים של מדד המניות בעשר השנים הבאות שווה לכ-20% והריבית חסרת-הסיכון לתקופה היא 1.5%, בהתאם לאג"ח ממשלתי חסר קופון לעשר שנים. כמשקיעים אנו מעוניינים לחשב בהתבסס על נתונים אלה את המחיר ההוגן (fair value) לפי

נוספות (למשל עורכי דין, רואי חשבון ופגיעה בעבודה מול ספקים), התשלום שלהם בזמן T יהיה:

$$D_T = \min(V_T, F) = F - (F - V_T)^+$$

נוסחה 1. תשלום לבעלי האג"ח בזמן T.

פונקציה זו מגדירה את התשלום לבעלי החוב בזמן T ולפיכך, ברי שבעלי החוב בחברה מחזיקים באגרת חוב נטולת-סיכון לחדלות פירעון וכותבים אופציית put אירופאית עם מחיר מימוש של F, אותה ניתן לתמחר כפי שהציע Merton (1974) ובסך הכול שווי החוב ניתן על ידי:

$$D = Fe^{-rT} - Put(V_t, F, T - t, \sigma, r)$$

נוסחה 2. שווי החוב לפי מודל Merton (1974).

כאשר r הוא שיעור הריבית חסרת הסיכון, Put() הוא המחיר של אופציית ה-put על נכסי החברה עם סטיית תקן של σ על תשואת נכסי החברה. את האופציה ניתן לתמחר על ידי מודל Black and Scholes (1973) כך:

$$Put = -V_t N(-d_1) + Fe^{-rT} N(-d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{V_t}{F}\right) + \frac{1}{2}\sigma^2(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{(T-t)}$$

נוסחה 3. תמחור החוב לפי מודל Black and Scholes (1973).

מכאן שמודל MBS ממחיש כיצד סיכון בעלי החוב הוא למעשה פונקציה של הסיכון הגלום בנכסי החברה, σ , בזמן עד לפדיון החוב T, בשיעור המינוף הפיננסי F/V ובשיעור הריבית חסרת-הסיכון r. יתר על כן, המודל מצביע על כך שההבדל בין הערך הנוכחי של החוב חסר-הסיכון לבין זה של חוב מסוכן, הוא למעשה מחיר האופציה. לכן ניתן למצוא את תוספת העלות של הלווה כתוצאה מסיכון האשראי. נגדיר את cs כמרווח האשראי של חוב בעל זמן לפדיון השווה ל-T. נוכל כעת לפרק את

נוסחה 8. חישוב מרווח התשואה של החוב בדוגמה.

דהיינו, איגרת החוב של החברה צריכה להיסחר לפי המודל בתשואה המשקפת מרווח של 0.674% מעל תשואת אג"ח ממשלתי לאותה תקופה. בהצבה של cs שקיבלנו בחזרה בנוסחה (4) נמצא כי מחירה ההוגן של האיגרת הנו בקירוב 48.28 מיליון דולר.

בטבלאות 1 ו-2 מוצגות בהתאמה, רגישויות המחיר ההוגן של האיגרת ומרווח האשראי כתלות בשינוי בתנודתיות ובשווי של נכסי החברה.

מניתוח הרגישות ניתן לראות כי עלייה של אחוז בתנודתיות מתבטא בעלייה של כ-0.1% במרווח האשראי ובירידה של כ-0.5 מיליון דולר בשווי ההוגן של איגרת החוב. בהתאם, ירידה של 1 מיליון דולר בשווי נכסי החברה (1%) מתבטאת בעלייה של כ-0.02% במרווח התשואה ובירידה של כ-0.1 מיליון דולר בשווי ההוגן של איגרת החוב.

המודל של איגרת החוב שהנפיקה החברה. לפי נתונים אלו, שיעור המינוף של החברה יהיה:

$$LR = \frac{60e^{-0.015*10}}{100} = 51.64\%$$

נוסחה 7. חישוב שיעור המינוף בדוגמה.

ובהתאם לנוסחה (6) מרווח התשואה של האיגרת מעל לאג"ח הממשלתי הנו:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{100}{60e^{-0.015*10}}\right) + \frac{1}{2}0.2^2 * 10}{0.2\sqrt{10}}$$

$$d_2 = d_1 - 0.2\sqrt{10}$$

$$ys = cs = -\frac{1}{10} \ln\left[N(d_2) + \frac{100}{60e^{-0.015*10}}N(-d_1)\right] = 0.674\%$$

טבלה 1. רגישות המחיר ההוגן של איגרת החוב כתלות בתנודתיות ובשווי נכסי החברה.

שווי נכסים (M\$)	תנודתיות הנכסים				
	20%	21%	25%	30%	40%
100	48.28	47.77	45.53	42.44	35.97
99	48.19	47.67	45.42	42.32	35.84
95	47.81	47.27	44.95	41.81	35.32
90	47.27	46.71	44.31	41.12	34.64
80	45.92	45.31	42.78	39.53	33.11

טבלה 2. רגישות מרווח האשראי של איגרת החוב כתלות בתנודתיות ובשווי נכסי החברה.

שווי נכסים (M\$)	תנודתיות הנכסים				
	20%	21%	25%	30%	40%
100	0.67%	0.78%	1.26%	1.96%	3.62%
99	0.69%	0.80%	1.28%	1.99%	3.65%
95	0.77%	0.88%	1.39%	2.11%	3.80%
90	0.88%	1.00%	1.53%	2.28%	3.99%
80	1.17%	1.31%	1.88%	2.67%	4.44%

3. יישום מודל הזכויות המותנות

לתשואות מדד תלבוזד AAA-AA

בחלק זה של העבודה נמחיש את יישום המודל שתואר לעיל, על נתוני השוק המקומי. חשוב לציין כי בניגוד למשל, לשוק האג"ח האמריקאי, בישראל אגרות החוב הקונצרניות נסחרות בבורסה ולא "מעל לדלפק" (Over the counter, OTC). ברם, שוק אג"ח החברות בישראל הוא מגוון הרבה פחות ממקבילו האמריקאי, הן מבחינת מגזרי הפעילות והן מבחינת דירוגי האשראי. אף על פי כן, השוק המקומי מהווה שדה מעניין ומועיל להדגמת השימוש במודלים אלו לתמחור החוב.

3.1 מדד התלבוזד

בשוק ההון הישראלי ניתן להצביע על מדד תל אביב 35 (בעבר, תל אביב 25) כמדד מניות החברות המובילות במשק וכאינדיקציה לקבוצת החברות הישראליות בעלות דירוג אשראי AA עד AAA. החל מחודש פברואר 2018 מפרסמת בורסת תל אביב את מדד תלבוזד שקלי AA-AAA. המדד מורכב מאגרות החוב הקונצרניות הסחירות הישראליות, אשר דורגו במינימום דירוג 'מדורג' של (Aa3) או שדורגו במינימום דירוג 'מעלות' של (AA-). המח"מ של מדד זה נכון לחודש יולי 2021 היה 3.69 שנים (ראה נספח א'). הרכב המדד מתעדכן בחודשים מאי ונובמבר בכל שנה, כך שאגרות בעלות מח"מ של פחות מחצי שנה יוצאות מהמדד ובמקומן נכנסות אגרות חדשות, ולכן ניתן להתייחס למח"מ זה כקירוב למח"מ מדד התלבוזד שקלי AA-AAA. בהתאם לכך, נאמוד את הריבית חסרת הסיכון לצורך תמחור האיגרת על ידי סדרת נתוני התשואה לפדיון של אגרת חוב ממשלתית מסוג שחר שמועד הפדיון שלה חל בנובמבר 2023, מתוך אתר בורסת תל אביב.

3.2 מדידת תנודתיות נכסי החברה ויחס

המינון של האג"ח הסינטטית

לאור רגישות מחיר איגרת החוב לתנודתיות מדד המניות, יש צורך להשתמש באומדן קרוב למדי של תנודתיות המדד לטווח ארוך (Long-term implied volatility). תנודתיות מדד תל אביב 35

נאמדת על ידי מדד VTA35, המשקף את סטיית התקן ל-30 ימים הגלומה באופציות בכסף על מדד ת"א 35. עם זאת, נתוני מדד VTA35, המחושב מאוגוסט שנת 2019, אינם מתאימים לשימוש במודל מכיוון שמח"מ האיגרת הסינתטית ארוך הרבה יותר ושווה 3.69 שנים בקירוב ואין סיבה להניח שהתנודתיות העתידית לזמן ארוך תהיה זהה לתנודתיות לזמן קצר. ניתן אמנם לציין מחקרים שביקשו לאמוד את התנודתיות ארוכת-הטווח הגלומה במחירי האופציות על מדדי מניות, אולם אלו עסקו באופציות ל-19 חודשים עד שנתיים ואינם מתאימים ליישום לטווחי זמן ארוכים. Zhang & Xiang (2008) העירו כי התנודתיות הגלומה עולה עם הזמן לפקיעת האופציה, כך למשל, תנודתיות של 14% הגלומה במחירה של אופציה עם זמן למימוש של 14 ימים עולה עד כדי 18% לתקופה של כשנתיים. ברם, קשרים אלה נפרמו במשבר הקורונה האחרון כאשר לדוגמה, התנודתיות הגלומה באופציות על אינדקס המניות האמריקאי S&P 500 לתקופה של עד חודש עלתה לרמה של 82% והתנודתיות הגלומה באופציות לחצי שנה נעה רק לרמה של 55%. לכן, אנו נדרשים לאמוד את התנודתיות התקופתית בדרך אחרת, שתאפשר רמת דיוק טובה יותר.

אומדן התנודתיות לטווח ארוך שנציב במודל מבוסס על שקלול של התנודתיות ההיסטורית של מדד תל אביב 35 יחד עם התנודתיות הגלומה במחירי אופציות לטווח הקצר (implied volatility), כאשר משקלה של התנודתיות ההיסטורית הוא β ואילו משקלה של התנודתיות הגלומה במחירי אופציות לטווח קצר הנה $(1 - \beta)$. התנודתיות ההיסטורית בכל חודש הנה סטיית התקן בפועל של מדד תל אביב 35 המחושבת בכל פעם על פני שלוש שנים עד התצפית הספציפית, ואילו התנודתיות ל-30 יום מיוצגת על ידי מדד VTA35. את ערכו של המשקל β נמצא באמצעות אופטימיזציה המכוונת למזעור שורש השגיאה הריבועית הממוצעת (Root-mean-square-error, RMSE) בין תשואת האג"ח הסינתטי לבין תשואת מדד תל בונד שקלי AA-AAA, המחושב בהתאם ל-Galai, Raviv and Wiener (2007) כך:

נכס הבסיס באמצעות יחס נתון הקושר בין תנודתיות נכס הבסיס לבין תנודתיות החוב. מסקנת החוקרים מתוך ממצאי ההשוואה הייתה כי גרסתו הבסיסית של מודל Merton עודנה עדיפה על פני הפיתוחים המאוחרים יותר שלה בחיזוי ההסתברות לחדלות פירעון. במחקר הנוכחי, אנו מוצאים שהשימוש בתנודתיות המשוקללת עדיף לצורך השגת הסבר מקסימלי למודל על פני התנודתיות ההיסטורית והתנודתיות הגלומה במחירי אופציות קצרות טווח (ראה פרק 3.3).

בדומה לדוגמאות שהוצגו קודם לכן, נדמה חברה המשקיעה 100 מיליון דולר במדד תל אביב 35 ומנפיקה לצורך כך אג"ח בסדרה בודדת ל-3.69 שנים ללא קופון. על מנת לקבוע את שיעור המינוף של החברה, נסתכל על נתוני החברות הנסחרות במדד. הנתונים הכספיים של חברות המדד נכון ל-31.3.2021 מצביעים על כך ששיעור ההון העצמי מסך הנכסים של החברות, בניכוי תאגידיס פיננסיים, הוא כ-39% בממוצע (ראה נספח ב'). לפיכך, חברות המדד מממנות את הנכסים שלהן באמצעות התחייבויות בשיעור ממוצע של כ-61% וזה יהיה שיעור החוב ביחס לסך המאזן בחברה ההיפותטית לדוגמה. אנו מניחים כי החברה אינה משנה את מבנה ההון שלה לאורך תקופת המדגם וכי שיעור המינוף משתנה בהתאם לשינוי ערך נכסיה המושקעים במדד תל אביב 35.

חשוב לציין כי החברות הפיננסיות הושמטו מחישוב שיעור המינוף הממוצע, לאור מבנה ההון הייחודי של חברות אלו, הכפופות להוראות רגולטוריות ספציפיות. נתון זה עולה בקנה אחד עם שיעור המינוף הממוצע של חברות בורסאיות בישראל בניכוי חברות פיננסיות על פי אזולאי ושהרבני (2010). החברות הפיננסיות שונות מהותית מחברות ריאליות בשל מינופן הגבוה מאוד, השונה מיתר החברות, ובשל העובדה כי עיקר נכסיהן הנם הלוואות ולכן לא יהיה זה נכון לעקוב אחר נכסיהן בעזרת אינדקס מניות, אלא דווקא בעזרת תיק הלוואות. לצד זה ניתן להעיר כי בבורסת תל אביב נסחר גם מדד תל אביב-פיננסיים המורכב ממניות חמשת הבנקים הגדולים, חברות הביטוח ובתי השקעות. התנודתיות של מדד תל אביב-פיננסיים בתקופת המדגם היתה 34.77% ואילו התנודתיות של מדד תל אביב 35 היתה 26.60%, כאשר המתאם בין המדדים בתקופה זו היה 91.74%.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \hat{x}_i)^2}$$

נוסחה 9. חישוב שורש השגיאה הריבועית הממוצעת.

כאשר x_i הוא תשואת מדד תל בונד שקלי AA- בתקופה i ואילו \hat{x}_i הוא תשואת האג"ח הסינתטי באותה תקופה.

המודלים הקיימים כיום לחישוב Implied volatility נגזרים ממידע על אופציות סחירות שנכתבו על נכסי הבסיס (Zhang & Xiang, 2008; le Roux, 2007). לאופציות אלה בדרך כלל זמן מימוש קצר ביותר של עד כמה חודשים ולכן הן אינן מספקות מידע מלא אודות התנודתיות ארוכת הטווח של מדד המניות. תחת זאת, באמצעות השיטה הנומריית בה נעשה שימוש בעבודה הנוכחית, ניתן לייצר סדרה חזויה של ערכי תנודתיות עתידיים, על בסיס השקלול כאמור, של תנודתיות היסטורית ידועה והצבת ערכים של תנודתיות קצרת טווח הגלומים במחירי אופציות. אם לדוגמה הזמן לפדיון של איגרת חוב הנו 5 שנים, הרי אנו צריכים לאמוד את התנודתיות העתידית ל 5 השנים הבאות כדי לתמחר את אג"ח החברה לפי מודל Merton (1974). לכן, אם נמצא למשל, כי משקל התנודתיות ההיסטורית הוא 0.8 ומשקל התנודתיות הגלומה במחירי אופציות שווה בהתאם, ל 0.2, הרי בקירוב אנו מניחים כי בשנה הקרובה התנודתיות תקבע לפי התנודתיות הגלומה במחירי השוק ובהמשך תתכנס לרמת התנודתיות ההיסטורית.

Afik, Arad and Galil (2016) בחנו את דיוקו של מודל Merton בחיזוי ההסתברות לחדלות פירעון כתלות בשווי הנכס, תנודתיותו והתשואה הצפויה על ההון. בעת יישום הגרסה הבסיסית של מודל Merton השתמשו החוקרים בתנודתיות היסטורית של נכס הבסיס בשנה הקודמת, אך העירו כי מוטב היה לעשות שימוש בתנודתיות הגלומה אילו ניתן היה לחלץ אותה בקלות מתוך עקומת האופציה. במסגרת בחינת האלטרנטיבות, מוצעת גם טכניקה לאומדן התנודתיות באמצעות תהליך איטרטיבי המתחיל בהצבת ערך שרירותי של תנודתיות וביצוע היזון חוזר ותיקון - חוזר חלילה - עד להשגת הפרמטר הנדרש. בחלופה אחרת נאמדת תנודתיות

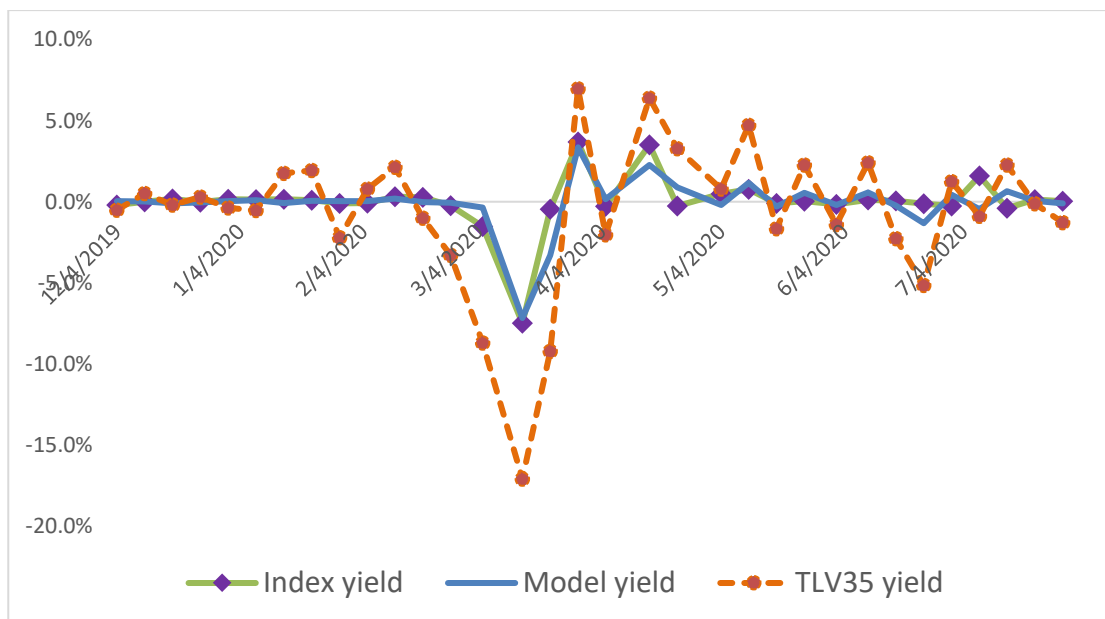
המודל לעומת אחוז השינוי באינדקס התל בונד שקלי AAA-AA.

על פי הערכים הנומריים שהצבנו, המתאם לאורך התקופה הנסקרת בין תשואת מדד התל בונד שקלי AAA-AA לבין תשואת המודל הוא 87.49% ($R^2 = 0.765$). בתרשים 2 ניתן לראות את המתאם בין עקומות התשואה של מדד תלבונד שקלי AAA-AA ושל האג"ח הסינטטי, כאשר האג"ח עוקבת באופן צמוד למדי אחר תנועת המדד בכיוון ובעוצמה דומים, וכן כאשר תנודתיות תשואות מדד התל בונד שקלי AAA-AA היתה 9.66% על פני תקופת המדגם ותנודתיות האג"ח הסינטטי היתה 9.39% בתקופה זו. בתרשים ניתן לראות גם את המתאם בין תשואות המודל לבין תשואות מדד תל אביב 35. בתקופת המדגם נמצא מתאם של 74% בין תשואות האג"ח הסינטטי לבין תשואות מדד תל אביב 35 ($R^2 = 0.546$). רמות אלו נמוכות מהמוסבר על ידי המודל וזאת בשל התנודתיות הרבה יותר של אינדקס המניות לעומת אינדקס האג"ח שלו, מחד בשל קדימות רבה יותר בעת חדלות פירעון ומצוקה פיננסית, ומאידך משום ששווי הנכסים המרכיבים את האינדקס קטום מלמעלה כי מחזיקי האג"ח לעולם לא יזכו לתקבול הגבוה מערך הקרן והקופונים הנקובים בתנאי האיגרת.

כעת ניתן לאמוד את מחיר החוב ואת מרווח האשראי של האיגרת הסינטטית בהתבסס על נתוני המדד, שיעורי התנודתיות ושווי הנכסים הידועים ליום נתון. נשתמש בשיערי הנעילה של מדדי תל אביב 35, מדד VTA ואג"ח ממשלתי שקלי 1123 מידי שבוע, החל מיולי 2019 ועד יולי 2021, תקופה הכוללת 99 תצפיות. הערך המינימלי של RMSE (1.05%) לתקופת המדגם נמצא כאשר $\beta=0.92$. כך, אם ביום הראשון להשקעה ב-16 ביולי 2019, שווי נכסי החברה שלנו היה 100 מיליון דולר, שער הנעילה של מדד תל אביב 35 היה 1,592.36, שיעור התנודתיות הגלומה ל-30 יום היה 11.79% והתשואה לפדיון של האג"ח הממשלתי היתה 0.71%, אזי הצבה בנוסחה (6) תפיק לנו מרווח אשראי על האג"ח שהנפיקה החברה בגובה 0.04%. בהתאם לכך, מחיר החוב יהיה 59.33 מיליון דולר.

3.3 יכולת העקיבה של המודל אחר השתנות מדד האג"ח הקונצרני

מכאן עולה השאלה, עד כמה שינוי מחיר האג"ח הסינטטי לפי המודל מהווה אומדן טוב לשינוי אינדקס התל בונד שקלי AAA-AA. יש לשים לב, כי אין אנו מתעניינים בקירוב התשואה לפדיון של איגרת חוב בודדת ולא באמידת מרווח האשראי, אלא באמידת שינוי מחיר האיגרת הסינטטית לפי



תרשים 2. תשואות מדד תלבונד שקלי AAA-AA, תשואות מדד תל אביב 35 ותשואות האג"ח הסינטטי בין דצמבר 2019 ליולי 2020.

בהתאם לטענה זו, כאשר מצמצמים את המדגם לתצפיות בתקופה שבין פברואר 2020, ערב הכרזת הקורונה כמגיפה עולמית, לבין יולי 2020, עולה השונות המוסברת ל-0.771. כאשר מבצעים את האופטימיזציה למציאת מקדם ה- β באמצעות מזעור של ממוצע השגיאה בערך-מוחלט (Mean-absolute-error, MAE) במקום מזעור ה-RMSE מתקבלת תוצאה דומה של $R^2 = 0.777$. בטבלה 3 ניתן לראות את רגישות ערכי RMSE, MAE ו- R^2 לשיעורים שונים של β .

טבלה 3. ערכי MAE, RMSE ו- R^2 כתלות ב- β .

β	RMSE	MAE	R^2
0.10	10.36%	5.22%	0.773
0.30	7.46%	3.78%	0.783
0.50	4.80%	2.52%	0.797
0.70	2.44%	1.48%	0.812
0.90	0.93%	0.67%	0.784

3.4 דיון: מגבלות השיטה והרחבות אפשריות

במאמר זה סקרנו והדגמנו את השימוש במודל מבני מקובל ושכיח לתמחור אגרות חוב קונצרניות המבוסס על עבודותיהם של Black & Scholes (1973) ו-Merton (1973, 1974). יישום המודל על נתונים משוק ההון הישראלי מצביע על הפוטנציאל שלו לחזות את השינויים במחירי מדד האג"ח כתלות בשינויים במרכיבי המודל השונים. כך למשל, ניתן להציע כי מודל זה יכול לשמש לחיזוי

ממצאים אלו מצביעים על מתאם גבוה יותר ביחס לממצאיהם של Schaefer and Strebulaev (2008) שמצאו כי מודלים מובנים של חוב כדוגמת MBS עשויים להסביר בין 43% ל-66% מהשונות בתשואות אג"ח קונצרני בדירוג גבוה. Feldhütter and Schaefer (2018) מצאו כי השונות המוסברת של מודל Black and Cox (1976) הנחשב לפיתוח מאוחר של מודל Merton, ביחס למרווח התשואה של אג"ח בודד בדירוג IG (Investment Grade) היא 44%. בהתייחס לממצאים אלו, ניתן להסביר את המתאם הגבוה שנמצא במחקר הנוכחי, שבחן דווקא אגרות חוב בדירוג גבוה, בכך שיכולת ההסבר של המודל גדלה סביב משבר הקורונה, בעת שערכו של האינדקס עלה וירד בקיצוניות בתקופה קצרה מאוד. תמצית הטענה היא כי מרווח התשואה של החוב בחברה ממונפת ביחס לאג"ח ממשלתי אינו כולל רק את סיכון האשראי אלא גם סיכונים נזילות, הפרשי מיסוי ועוד (Bai, Goldstein & Yang, 2020; Feldhütter & Schaefer, 2018; Galai, Raviv & Wiener, 2007). אולם במקרה של חברות המדורגות בדירוג הנמוך מ-Baa (או BBB) סיכון האשראי הוא משמעותי יותר ולכן יכולת החיזוי של המודל טובה יותר. Huang and Huang (2012) הגיעו למסקנה דומה לאחר השוואה בין מספר מודלים מובנים, באמצעותם מצאו כי סיכון האשראי מסביר בין 20% ל-30% ממרווח התשואה עבור אג"ח IG ובין 40% ל-80% בממוצע עבור אג"ח High Yield. באותו אופן ניתן להציע כי גם במצבי משבר, כדוגמת המשבר הפיננסי בתקופת הקורונה, תהא השונות המוסברת על ידי המודל גבוהה יותר, כפי שחישבנו כאן, היות שירידת שווי נכס הבסיס ועליית שיעור המינוף בהתאם, מדמות ירידה בדירוג האשראי של האגרת.

$MAE = \frac{1}{N} \sum |x_i - \hat{x}_i|^2$ כאשר x_i הוא תשואת מדד תל בונד שקלי AAA-AA בתקופה i ואילו \hat{x}_i הוא תשואת האג"ח הסינטטי באותה תקופה (Galai, Raviv & Wiener, 2007).

4. סיכום ומסקנות

קצב הנפקות החוב הציבורי בישראל בארבע השנים האחרונות עמד על למעלה משלושה מיליארד שקלים בחודש ונמצא בעליה חדה. מגמת הגידול בחוב הקונצרני בעשור האחרון עקבית עם הנעשה בשוקי העולם. לפי Aldasoro et al. (2021), כמות החוב המונפק של חברות שאינן פיננסיות במדינות מפותחות עלה בממוצע מאז המשבר הפיננסי של 2008-2009 משיעור של 3.9% מהתוצר לשיעור של 6.8% מהתוצר בשנת 2020. בשנת 1990 הסכום המונפק היה \$0.5 טריליון דולר ובשנת 2020 הסכום עלה ל \$7.7 טריליון דולר.

מודלים רבים פותחו לתמחור אג"ח חברות, כשהבולט והשימושי ביותר פותח על ידי זוכה פרס נובל Robert Merton. מודל Merton (1974) הנו מודל המניח כי ערך החוב של חברה שווה לערך הפוזיציה באג"ח חסרת סיכון עם תזרים עתידי זהה לזה של האג"ח הקונצרני ואחזקה בחסר (Short) של אופציה מסוג put על ערך נכסי החברה עם מחיר מימוש השווה לסך כל התשלומים העתידיים של החוב וזמן מימוש הזהה לזמן לפדיון של האיגרת.

הגידול בחובות הקונצרניים ברחבי העולם מלווה במגמה של מעבר מהשקעה אקטיבית בשוקי האג"ח להשקעה פאסיבית המתמקדת בעיקר במעקב אחרי מדדי אג"ח (Anadu et al, 2020). ברם, בעוד שמודלים רבים פותחו לתמחור אגרות חוב חברות, לחישוב מרווח התשואה ההוגן מעל הריבית חסרת הסיכון ולסיכון חדלות פירעון, הרי לא ניתן מענה דומה לאותם משקיעים פאסיביים העוקבים אחרי ביצועי מדד אג"ח. לכן, בעבודה זאת אנו מפתחים שיטה לתמחור ולניהול הסיכון של מדדי אג"ח קונצרניים. בשיטה המוצעת, אנו יוצרים אג"ח סינטטית של חברה שכל נכסיה מושקעים באינדקס מניות בעל מאפיינים דומים לחברות הנסחרות באינדקס האג"ח, ועם זמן לפדיון ומינוף הזהים לרמה הממוצעת של אגרות החוב הנסחרות באינדקס. בשלב הבא אנו מתמחרים את האיגרת לפי מודל Merton (1974) לתמחור ניירות ערך קונצרניים ומדגימים כי תשואתה השבועית של האיגרת מסבירה היטב את תשואת אינדקס האג"ח.

מוקדם של תנועות המחירים בשוק המשני של החוב הבכיר או לצורך ניהול סיכונים אשראי על ידי לווים ומלווים.

עם זאת, חשוב לציין כי מסקנות אלו כפופות למגבלות הנתונים עליהם הן מבוססות. כך למשל, חשוב להעיר כי אין מתאם מלא בין הפירמות שמניותיהן נכללות במדד תל אביב 35 לבין הפירמות המנפיקות את החוב הנסחר במדד תלבוט שקלי AA-AAA. כמו כן, שיעור המינוף שנעשה בו שימוש במסגרת הבדיקה האמפירית אינו מתחשב במבנה ההון של הגופים הפיננסיים הכלולים במדד מניות תל אביב 35, על אף שהם מהווים חלק ניכר ממנו. כמו כן, הנחת היסוד לשימוש שאנו עושים במודל זה, היא כי אין סבירות להתרחשות אירוע של חדלות פירעון וכך, מחזיקי האג"ח יכולים להוציא ערך מהחברה רק במועד הפדיון. הנחה זו, בתקופות של משבר פיננסי בעוצמה כמו שנראתה במרץ 2020, לא בהכרח עומדת במבחן המציאות.

זאת ועוד, כוחם של מודלים מובנים לחזות את מחירי האג"ח ומרווחי התשואה בפועל, הודגם בעבר כחלש למדי (Huang & Huang, 2012; Longstaff, Mithal & Neis, 2005). חיזוי מחירי אג"ח בודד באמצעות הגרסה הבסיסית של מודל MBS עשוי להיתקל בקשיים הנובעים מכך שבעולם האמיתי לאגרות חוב ישנם קופונים, קרן פוחתת ושינויים לאורך זמן במבנה ההון של החברה אשר מקבלים ביטוי בפיתוחים מאוחרים יותר של המודל (Bruche, 2007; Gemmill, 2002).

אף על פי כן, העבודה הנוכחית מצביעה על פוטנציאל המודל לחיזוי מחיריהם של מדדי אג"ח בעוצמה גבוהה יותר מזו שנמדדה ביחס לאגרות חוב בודדות. כמו כן, ההדגמה שהוצגה כאן מעידה על יכולתו של המודל לשקף את רגישותם של המחירים למרכיבי השונים, כגון שינויים בתנודתיות וברמת המינוף של החברה. לאור זאת ניתן להעלות שאלות המשך הנוגעות לקשרים שבין המשתנים במודל, ולנסות לבחון את יכולתם של המודלים המובנים להסביר את תנועת המחירים והתשואות באירועים חריגים, כמו למשל, בעקבות התערבויות ממשלתיות במחירי אגרות החוב הקונצרניות כפי שאירעו בעת האחרונה, בזמן משבר הקורונה במרץ 2020.

תרומה נוספת של העבודה נעוצה בבדיקת יכולת ההסבר של האינדקס בתקופת משבר הקורונה. אנו מראים כי יכולת ההסבר של האג"ח הסינטטית לפי מודל Merton (1974) גבוהה יותר מהותית כשבתקופת המדגם נכללת תקופת משבר הקורונה (מרץ עד יולי 2020). מכיוון שאיכות איגרות החוב המרכיבות את מדד התלבונו ירד משמעותית בזמן משבר הקורונה, ממצא זה נמצא בהלימה גבוהה עם אותם מחקרים המצביעים כי המודלים מסבירים טוב יותר את השינוי במחיריהן של אגרות חוב בעלות איכות אשראי נמוכה. באגרות חוב רכיב סיכון האשראי מתוך סך כל הסיכונים גבוה יותר, בעוד שבאיגרות חוב בעלות איכות גבוהה יחסית סיכונים אחרים כנזילות ושיקולי מיסוי מסבירים אחוז גבוה יותר מהשינוי במחירי איגרות החוב הקונצרניות (Huang and Huang, 2012).

יישום המודל נערך על מדד תלבונו שקלי AA-AAA כלומר מדד איגרות חוב נומינליות הנסחרות בבורסה בתל אביב עם דירוג אשראי גבוה ומינוף נמוך יחסית. אנו מראים כי בתקופה שבין יולי 2019 לבין יולי 2021 יש מתאם של 87.5% ($R^2 = 0.765$) בין תשואות האג"ח הסינטטית לפי המודל לבין התשואות השבועיות של אינדקס התלבונו שקלי AA-AAA. יכולת הסבר זאת גבוהה מהותית מזו של מודלים שהתמקדו בהסבר התשואות של אגרות חוב בודדות שהונפקו על ידי חברות (Schaefer and Strebulaevm 2008; Bai, Goldstein & Yang, 2020; Feldhütter & Schaefer, 2018; and Huang and Huang, 2012).

רשימה ביבליוגרפית

אזולאי, א' ושהרבני, ר' (2010). רמת המינוף בחברות בורסאיות והקשר בינה לבין גורמים כלכליים שונים, בנק ישראל, ירושלים.

בנק ישראל (דצמבר 2020). דוח היציבות הפיננסית למחצית השנייה של 2020, בנק ישראל, ירושלים.

Aldasoro, I., Hardy, B. & Tarashev, N. (2021). Corporate debt: post-GFC through the pandemic. *BIS Quarterly Review*.

Afik, Z., Arad, O., & Galil, K. (2016). Using Merton model for default prediction: An empirical assessment of selected alternatives. *Journal of Empirical Finance*, 35, 43-67

Anadu, K., Kruttli, M., McCabe, P., & Osambela, E. (2020). The Shift from Active to Passive Investing: Risks to Financial Stability?. *Financial Analysts Journal*, 76(4), 23-39.

Bai, J., Goldstein, R. S., & Yang, F. (2020). Is the credit spread puzzle a myth?. *Journal of Financial Economics*, 137(2), 297-319 .

Black, F. & Cox. J., C. (1976). Valuing Corporate Securities: Some Effects of Bond Indentures, *Journal of Finance* 31, 351 -67 .

Black, F. & Scholes, M. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities, *Journal of Political Economy* 81.

- Bruche, M. (2007). Estimating structural models of corporate bond prices. *Centro de Estudios Monetarios y Financieros (CEMFI) Working Paper*. Madrid, España.
- Crouhy, M., Galai, D. & Wiener, Z. (2019). *Contingent Claims Analysis in Corporate Finance*.
- Feldhütter, P., Schaefer, S., (2018). The myth of the credit spread puzzle. *Review of Financial Studies* 31, 351–367.
- Galai, D., Raviv, A., & Wiener, Z. (2007). Liquidation triggers and the valuation of equity and debt. *Journal of Banking & Finance*, 31(12), 3604-3620 .
- Gemmill, G. (2002). *Testing Merton's Model for Credit Spreads on Zero-Coupon Bonds*. Available at SSRN 314266.
- Gorton, G., & Santomero, A. M. (1990). Market discipline and bank subordinated debt: Note. *Journal of money, credit and Banking*, 22(1), 119-128.
- Huang, J. Z., & Huang, M. (2012). How much of the corporate-treasury yield spread is due to credit risk?. *The Review of Asset Pricing Studies*, 2(2), 153-202 .
- le Roux, M. (2007). A long-term model of the dynamics of the S&P500 implied volatility surface. *North American Actuarial Journal*, 11(4), 61-75 .
- Longstaff, F. A., Mithal, S., & Neis, E. (2005). Corporate yield spreads: Default risk or liquidity? New evidence from the credit default swap market. *The journal of finance*, 60(5), 2213-2253 .
- Merton, R. C. (1974). On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates. *The Journal of finance*, 29(2), 449-470.
- O'Hara, M., & Zhou, X. A. (2021). Anatomy of a liquidity crisis: Corporate bonds in the COVID-19 crisis. *Journal of Financial Economics*.
- Schaefer, S. M., & Strebulaev, I. A. (2008). Structural models of credit risk are useful: Evidence from hedge ratios on corporate bonds. *Journal of Financial Economics*, 90(1), 1-19 .
- Sundaresan, S. (2013). A review of Merton's model of the firm's capital structure with its wide applications. *Annual Review of Financial Economics*, 5(1), 21-41.
- Zhang, J. E., & Xiang, Y. (2008). The implied volatility smirk. *Quantitative Finance*, 8(3), 263-284.